

**Binární vyhledávací strom (BVS):** Strom s vrcholy z nějaké uspořádané množiny  $X$ , kde platí, že  $\forall a \in L(v): a < v$  a  $\forall a \in R(v): v < a$

$T(v)$  – podstrom vrcholu  $v$

$l(v), r(v)$  – levý/pravý syn vrcholu  $v$

$L(v), R(v)$  – levý/pravý podstrom vrcholu  $v$

$h(v)$  – hloubka podstromu  $v$

Strom je **dokonale vyvážený**:  $\forall v$  vrchol:  $||L(v)| - |R(v)|| \leq 1$

Strom je **hloubkově vyvážený**:  $\forall v$  vrchol:  $|h(l(v)) - h(r(v))| \leq 1$

**AVL strom:** BVS udržující hloubkové vyvážení pomocí rotací.

1. Popište algoritmus, který ze setříděného pole vytvoří dokonale vyvážený BVS v lineárním čase.
2. Popište, jak v BVS najít nejbližší větší hodnotu  $y$  pro zadané  $x$ .
3. Ukažte, jak z jednoduchých rotací na AVL stromě složit dvojitou.
4. Ukažte, že v AVL stromě nikdy opakované mazání a přidávání téhož prvku nepůsobí víc jak konstantní počet rotací celkem.
5. Navrhněte algoritmus, který v (modifikovaném) AVL stromě pro  $a, b \in X$  najde počet vrcholů v intervalu  $[a, b]$  v čase  $\mathcal{O}(\log n)$ .
6. Uvažme volnější podmínku hloubkového vyvážení stromu, která dovoluje rozdíl hloubek až  $H$ . Jak by vypadala varianta AVL stromu, která toto využívá, a jakou by měly časovou složitost její operace?
7. Mějme AVL strom s řetězcí délky nanejvýš  $L$  řazenými lexikograficky. Jaká je asymptotická složitost jeho operací? Porovnejte jej s trií (písmenkovým stromem).