1. Viz kapitolu 5.7 Průvodce.

2. tamtéž

3. Mějme relaci $\leftrightarrow$ na vrcholech orientovaného grafu, kde $x \leftrightarrow y \Leftrightarrow$ existuje cesta z x do y a naopak. Dokažte, že je ekvivalencí.

   Je reflexivní: Z x do x existuje cesta o 0 hranách.
   Je symetrická: Na neorientovaném grafu je cesta z u do v zároveň cestou z v do u.
   Je tranzitivní: Cesty z u do v a z v do u můžeme konkatenovat, čímž dostaneme sled. Ze sledu můžeme získat cestu tak, že se podíváme na sdílené vrcholy a cykly mezi nimi smažeme.

4. Mějme graf, kde některé vrcholy jsou obarveny zeleně. Zjistěte, jestli existuje cyklus obsahující alespoň jeden zelený vrchol. Totéž zjistěte i pro orientovaný graf.

   Pro neorientovaný graf můžeme použít stejný trik, jako v algoritmu pro hledání mostů: Stačí spustit DFS, předpočítat low(v) a pro každu hranu, kde alespoň jeden vrchol je zelený, zkontrolovat, jestli leží v cyklu.

   Pro orientovaný graf lze podobně využít algoritmus na hledání silně souvislých komponent: Zelený vrchol leží na nějakém cyklu právě tehdy, když jeho komponenta silné souvislosti má alespoň dva vrcholy („cykly“ o jednom vrcholu se smyčkami pro potřeby případu nebudeme uznávat).

5. Rozhodněte, jestli v orientovaném grafu bude nejdelší tah vždy začínat ve zdrojové komponentě a končit ve stokové.

   Neplatí, lze zkonstruovat graf, kde jediná cesta mezi zdrojovou a stokovou komponentou projde jen malou část cyklu, ale nejdelší cesta projde cyklus celý.

6. Ukažte, že v každém (neorientovaném) grafu bez mostů lze hrany zorientovat tak, aby byl silně souvislý.

   Podle ušatého lemmatu je graf bez mostů (tedy hranově 2-souvislý) právě tehdy, když jej lze zkonstruovat z kružnice přidáváním „uší“ - cest disjunktních až na koncové vrcholy. Podle této dekompozice můžeme počáteční kružnici a další cesty zorientovat libovolně (ale celou kružnici/cestu stejně), každý vrchol pak bude ležet alespoň na jednom orientovaném cyklu.

