

**Most:** Hrana, po jejímž odebrání se zvýší počet komponent souvislosti grafu.

**Artikulace:** Vrchol, po jehož odebrání se zvýší počet komponent souvislosti grafu.

**Blok:** Komponenta vrcholové 2-souvislosti.

Orientovaný graf je **slabě souvislý** - nahrazením hran za neorientované dostaneme souvislý graf.

Orientovaný graf je **silně souvislý** - mezi každými dvěma vrcholy vede orientovaná cesta v obou směrech.

1. Připomeňte si algoritmus na hledání mostů pomocí DFS:
  - a) Charakterizujte, kdy hrana není most.
  - b) Vyjádřete vlastnost „hrana  $uv$  je součástí nějakého cyklu“ pomocí výsledků DFS.
  - c) Sestavte algoritmus na hledání mostů, který bude běžet v čase  $\mathcal{O}(n + m)$ .
2. Nyní zkusíme podobnou myšlenkou vytvořit algoritmus na hledání artikulací:
  - a) Dokažte, že vrchol  $v$  je artikulace  $\Leftrightarrow$  sousedí s hranami z dvou různých bloků.
  - b) Pomocí výsledků DFS zjistěte, jestli je hrana  $vw$  součástí stejného bloku jako hrana  $uv$ .
  - c) Sestavte algoritmus na hledání artikulací běžící v čase  $\mathcal{O}(n + m)$ .
3. Mějme relaci  $\leftrightarrow$  na vrcholech orientovaného grafu, kde  $x \leftrightarrow y \Leftrightarrow$  existuje cesta z  $x$  do  $y$  a naopak. Dokažte, že je ekvivalencí.
4. Mějme graf, kde některé vrcholy jsou obarveny zeleně. Zjistěte, jestli existuje cyklus obsahující alespoň jeden zelený vrchol. Totéž zjistěte i pro orientovaný graf.
5. Rozhodněte, jestli v orientovaném grafu bude nejdelší tah vždy začínat ve zdrojové komponentě a končit ve stokové.
6. Ukažte, že v každém (neorientovaném) grafu bez mostů lze hrany zorientovat tak, aby byl silně souvislý.